NUMBER SYSTEMS

ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಗಳು

> NCERT & Karnataka 1st / 2nd PU foundations • GPSTR / KARTET / CTET

Detailed Lesson Book • **ಅಧ್ಯಯನ ಸಂಪುಟ**

22 concept units • 66 fully worked examples • 110 interleaved exercises with answers • 50 bilingual MCQs + answer key • Separate UTF-8 CSV

22 ವಿಷಯ ಘಟಕಗಳು • 66 ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು • 110 ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು ಉತ್ತರಗಳು • 50 ದ್ವಿಭಾಷಾ ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

Learning path

Classification → divisibility → real numbers → powers and logs → sequences → complex numbers → quadratics → real functions → pedagogy.

Curriculum note

This is an original integrated foundation module. NCERT Class XI contains “Complex Numbers and Quadratic Equations”; Class XII mathematics applies real-number domains and functions. The expanded sections on modular arithmetic, polar form and pedagogical practices are enrichment, not a claim that they form one official PU chapter.

Printing and accessibility

Dark navy text, deep burgundy emphasis, large bilingual headings, consistent footer and clear exercise blocks. Questions are original practice problems rather than reproduced textbook questions.

Contents • **ವಿಷಯ ಸೂಚಿ**

01. Natural, Whole and Integer Numbers
ಸ್ವಾಭಾವಿಕ, ಪೂರ್ಣ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

02. Divisibility, Prime and Composite
ಭಾಜ್ಯತೆ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

03. Fundamental Theorem of Arithmetic
ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ

04. HCF, LCM and Euclid Algorithm
ಮ.ಸಾ.ಅ., ಕ.ಸಾ.ಗು. ಮತ್ತು ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ವಿಧಾನ

05. Rational Numbers and Operations
ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯೆಗಳು

06. Decimal Expansions and Rationality
ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆ ಮತ್ತು ಪರಿಮೇಯತೆ

07. Irrational Numbers and Proofs
ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಪುರಾವೆಗಳು

08. Real Numbers, Density and Intervals
ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಸಾಂದ್ರತೆ ಮತ್ತು ಅಂತರಾಲಗಳು

09. Absolute Value and Distance
ಪರಮ ಮೌಲ್ಯ ಮತ್ತು ಅಂತರ

10. Indices and Laws of Exponents
ಘಾತಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳು

11. Surds and Rationalisation
ಕರಣಿಗಳು ಮತ್ತು ಹರದ ಪರಿಮೇಯೀಕರಣ

12. Logarithms and Change of Base
ಲಾಗರಿಥಮ್ ಮತ್ತು ಆಧಾರ ಬದಲಾವಣೆ

13. Percentage, Ratio and Proportion
ಶೇಕಡಾವಾರು, ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣ

14. Sequences: AP and GP
ಶ್ರೇಣಿಗಳು: ಸಮಾಂತರ ಮತ್ತು ಗುಣೋತ್ತರ

15. Complex Numbers: Cartesian Form
ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: ಕಾರ್ಟೀಸಿಯನ್ ರೂಪ

16. Conjugate, Modulus and Argand Plane
ಸಂಯುಗ್ಮ, ಪರಿಮಾಣ ಮತ್ತು ಆರ್ಗಾಂಡ್ ಸಮತಲ

17. Polar Form and de Moivre (Extension)

ಧ್ರುವ ರೂಪ ಮತ್ತು ಡಿ ಮೋವ್ರ್ (ವಿಸ್ತರಣೆ)

18. Quadratic Equations and Discriminant
ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭೇದಕ

19. Inequalities and Sign Charts
ಅಸಮೀಕರಣಗಳು ಮತ್ತು ಚಿಹ್ನೆ ಪಟ್ಟಿಗಳು

20. Real Functions and Domain (PU Bridge)
ವಾಸ್ತವ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ (ಪಿಯು ಸೇತುವೆ)

21. Remainder Patterns and Modular Arithmetic
ಶೇಷ ಮಾದರಿಗಳು ಮತ್ತು ಮಾಡ್ಯುಲರ್ ಅಂಕಗಣಿತ

22. Mathematics Pedagogy: Number Sense
ಗಣಿತ ಬೋಧನಶಾಸ್ತ್ರ: ಸಂಖ್ಯಾ ಅರಿವು

How to use this book

For each unit, read the definition, recall the formula, solve three examples, attempt five practice questions before checking the guided answers.

ಪ್ರತಿ ಘಟಕದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಮತ್ತು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಓದಿ; ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕಲಿತು, ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಐದು ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ.

Exam checkpoints

- GPSTR: subject knowledge, accurate computations, classroom applications.
- KARTET/CTET: mathematical concept understanding, learner misconceptions and pedagogy; specific paper/level changes the expected depth.
- PU extension: quadratic and complex-number operations and domains of real functions.

> Memory framework: DEFINE → FORMULA → APPLY → CHECK

ನೆನಪಿನ ಕ್ರಮ: ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ → ಸೂತ್ರ → ಅನ್ವಯ → ಪರಿಶೀಲನೆ.

Notation

N: naturals; W: wholes; Z: integers; Q: rationals; R: reals; C: complex numbers; ∈: belongs to; ∪: union; ∩: intersection; |x|: absolute value.

Natural, Whole and Integer Numbers

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ, ಪೂರ್ಣ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

Natural numbers count objects; whole numbers add zero; integers also include negative counting values.

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಣಿಕೆಗೆ, ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಂತೆ, ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಬಳಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

General expression / important formula

> $N=\{1,2,3,\ldots\}$; $W=\{0,1,2,\ldots\}$; $Z=\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$; $N \subset W \subset Z$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Counting, debt, temperature and elevation.

ಎಣಿಕೆ, ಸಾಲ, ತಾಪಮಾನ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Natural, Whole and Integer Numbers: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Classify −7.
−7 ಅನ್ನು ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ.

Solution: −7 < 0; it is an integer, not a whole or natural number.
ಪರಿಹಾರ: −7 ಋಣ ಪೂರ್ಣಾಂಕ; ಪೂರ್ಣ ಅಥವಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Compute −8+13.
−8+13 ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

Solution: 13−8=5, so −8+13=5.
ಪರಿಹಾರ: 13−8=5; ಆದ್ದರಿಂದ ಉತ್ತರ 5.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Find successor of 0 in W.
W ನಲ್ಲಿ 0 ರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Solution: Successor =0+1=1.
ಪರಿಹಾರ: ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ 0+1=1.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 01

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Is 0 natural under N={1,2,…}?
> **N={1,2,…} ಪ್ರಕಾರ 0 ಸ್ವಾಭಾವಿಕವೇ?**

> Q2. Evaluate −5−(−9).
> **−5−(−9) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

> Q3. Predecessor of −3?
> **−3 ರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ?**

> Q4. Order −2,0,−5 increasingly.
> **−2,0,−5 ಏರಿಕೆ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ.**

> Q5. Absolute value of −12?
> **−12 ರ ಪರಮ ಮೌಲ್ಯ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	No; here it is whole.
2	4
3	−4
4	−5,−2,0
5	12

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Divisibility, Prime and Composite

ಭಾಜ್ಯತೆ, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

A prime has exactly two distinct positive factors; a composite has more than two. The number 1 is neither.

ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಧನ ಭಾಜಕಗಳಿರುತ್ತವೆ; ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು; 1 ಎರಡೂ ಅಲ್ಲ.

General expression / important formula

> a | b ⇔ b=ak for some integer k; if n>1 prime, factors={1,n}.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Fast factor checking and simplifying fractions.

ಘಟಕಗಳನ್ನು ತ್ವರಿತವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಲು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಲು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Divisibility, Prime and Composite: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Test 97 for primality.

97 ಅವಿಭಾಜ್ಯವೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

Solution: √97<10; test primes 2,3,5,7; none divides 97, so prime.

ಪರಿಹಾರ: √97<10; 2,3,5,7 ಯಾವುದೂ ಭಾಗಿಸುವುದಿಲ್ಲ; ಅವಿಭಾಜ್ಯ.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Is 91 prime?

91 ಅವಿಭಾಜ್ಯವೇ?

Solution: 91=7×13, hence composite.

ಪರಿಹಾರ: 91=7×13; ಆದ್ದರಿಂದ ಸಂಯುಕ್ತ.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Check divisibility of 468 by 9.

468 ಅನ್ನು 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದೇ?

Solution: Digit sum=4+6+8=18, divisible by 9; hence yes.

ಪರಿಹಾರ: ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತ 18; 9 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದು.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 02

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Smallest prime?
> **ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ?**

> Q2. Factor 143.
> **143 ರ ಅಪವರ್ತನ.**

> Q3. Is 1 prime?
> **1 ಅವಿಭಾಜ್ಯವೇ?**

> Q4. Is 735 divisible by 5?
> **735 ಅನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬಹುದೇ?**

> Q5. Is 221 composite?
> **221 ಸಂಯುಕ್ತವೇ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	2
2	11×13
3	No
4	Yes
5	Yes, 13×17

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Fundamental Theorem of Arithmetic

ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ

Every integer greater than 1 has a unique prime factorisation, except for the order of its factors.

1 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಶಿಷ್ಟವಾಗಿರುತ್ತದೆ; ಕ್ರಮ ಮಾತ್ರ ಬದಲಾಗಬಹುದು.

General expression / important formula

> $n = p_1^{a1} p_2^{a2} \ldots p_r^{ar}$, with distinct primes p_i and positive integer a_i.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Finding HCF, LCM, divisibility and terminating decimals.

ಮಹಾ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತಕ, ಕನಿಷ್ಠ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Fundamental Theorem of Arithmetic: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Factorise 360.

360 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ.

Solution: $360 = 36 \times 10 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

ಪರಿಹಾರ: $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Number of positive divisors of 72.

72 ರ ಧನ ಭಾಜಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ.

Solution: $72 = 2^3 \times 3^2$; count $= (3+1)(2+1) = 12$.

ಪರಿಹಾರ: $72 = 2^3 \times 3^2$; ಸಂಖ್ಯೆ $4 \times 3 = 12$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Find smallest k so 75k is a square.

75k ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಾಗಲು ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ k.

Solution: $75 = 3 \times 5^2$; multiply by 3, giving $225 = 15^2$.

ಪರಿಹಾರ: $75 = 3 \times 5^2$; 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $225 = 15^2$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 03

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Prime factorise 84.
> **84 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ.**

> Q2. Number of divisors of 20?
> **20 ರ ಭಾಜಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ?**

> Q3. Is 144 a perfect square?
> **144 ಪೂರ್ಣವರ್ಗವೇ?**

> Q4. Smallest factor to make 18 a square?
> **18 ಪೂರ್ಣವರ್ಗಕ್ಕೆ ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಗುಣಕ?**

> Q5. Prime factorise 1001.
> **1001 ರ ಅಪವರ್ತನ.**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	$2^2 \times 3 \times 7$
2	6
3	Yes, 12^2
4	2
5	$7 \times 11 \times 13$

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

HCF, LCM and Euclid Algorithm

ಮ.ಸಾ.ಅ., ಕ.ಸಾ.ಗು. ಮತ್ತು ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ವಿಧಾನ

HCF is the largest common factor; LCM is the least common positive multiple. Euclid’s division algorithm repeatedly uses remainders.

ಮ.ಸಾ.ಅ. ದೊಡ್ಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಾಜಕ; ಕ.ಸಾ.ಗು. ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಾಕಾರ. ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಶೇಷಗಳನ್ನು ಬಳಕೆ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ.

General expression / important formula

> $a=bq+r$ $(0\le r<b)$; for $a,b>0$: $\mathrm{HCF}(a,b)\cdot\mathrm{LCM}(a,b)=ab$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Synchronising cycles, grouping, cutting equal lengths.

ಚಕ್ರಗಳ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ, ಗುಂಪು ರಚನೆ ಮತ್ತು ಸಮ ಉದ್ದದ ತುಂಡುಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

HCF, LCM and Euclid Algorithm: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

HCF(252,198).
252 ಮತ್ತು 198 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.

Solution: 252=198+54; 198=3×54+36; 54=36+18; HCF=18.
ಪರಿಹಾರ: ಕ್ರಮಶಃ ಶೇಷಗಳು 54,36,18; ಮ.ಸಾ.ಅ.=18.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

LCM(12,18).
12 ಮತ್ತು 18 ರ ಕ.ಸಾ.ಗು.

Solution: HCF=6; LCM=(12×18)/6=36.
ಪರಿಹಾರ: ಮ.ಸಾ.ಅ.=6; ಕ.ಸಾ.ಗು.=36.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Two bells ring every 8 and 12 min. When together?
8 ಮತ್ತು 12 ನಿಮಿಷಕ್ಕೊಮ್ಮೆ ಗಂಟೆಗಳು ಬಾರಿಸಿದರೆ ಮತ್ತೆ ಯಾವಾಗ ಒಟ್ಟಿಗೆ?

Solution: LCM(8,12)=24 minutes.
ಪರಿಹಾರ: ಕ.ಸಾ.ಗು.=24 ನಿಮಿಷಗಳು.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 04

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. HCF of 48 and 60?
> **48,60 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.?**

> Q2. LCM of 15 and 20?
> **15,20 ರ ಕ.ಸಾ.ಗು.?**

> Q3. HCF of 17 and 29?
> **17,29 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.?**

> Q4. LCM of 9 and 6?
> **9,6 ರ ಕ.ಸಾ.ಗು.?**

> Q5. If HCF=5, ab=300, find LCM.
> **ಮ.ಸಾ.ಅ.=5, ab=300 ಆದರೆ ಕ.ಸಾ.ಗು.?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	12
2	60
3	1
4	18
5	60

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Rational Numbers and Operations

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯೆಗಳು

A rational number is p/q for integers p,q with q≠0. They are closed under +, −, ×, and division by nonzero rationals.

ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ p/q ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ; p,q ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ಹಾಗೂ q≠0. ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಿಕೆಯೂ ಸಾಧ್ಯ.

General expression / important formula

> Q={p/q:p,q∈Z,q≠0}; a/b+c/d=(ad+bc)/bd; (a/b)/(c/d)=ad/bc (c≠0).

Application • **ಅನ್ವಯ**

Exact ratios, proportions and fractions.

ನಿಖರ ಅನುಪಾತಗಳು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Rational Numbers and Operations: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Add 2/3+5/6.
2/3+5/6 ಸೇರಿಸಿ.

Solution: 4/6+5/6=9/6=3/2.

ಪರಿಹಾರ: 4/6+5/6=3/2.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Divide (−3/4) by (9/8).
(−3/4) ÷ (9/8).

Solution: (−3/4)×(8/9)=−24/36=−2/3.

ಪರಿಹಾರ: ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ −2/3.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Find rational between 1/3 and 1/2.
1/3 ಮತ್ತು 1/2 ನಡುವೆ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆ.

Solution: Mean=(1/3+1/2)/2=5/12.

ಪರಿಹಾರ: ಸರಾಸರಿ=5/12.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 05

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. 1/4+1/2?
> **1/4+1/2?**

> Q2. −2/3×9/4?
> **−2/3×9/4?**

> Q3. Reciprocal of −5/7?
> **−5/7 ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ?**

> Q4. Is 0 rational?
> **0 ಪರಿಮೇಯವೇ?**

> Q5. Find (3/5)÷(9/10).
> **(3/5)÷(9/10).**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	3/4
2	−3/2
3	−7/5
4	Yes, 0/1
5	2/3

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Decimal Expansions and Rationality

ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆ ಮತ್ತು ಪರಿಮೇಯತೆ

A reduced rational number has a terminating decimal exactly when its denominator has no prime factors other than 2 and 5; otherwise its decimal repeats.
ಕಡಿಮೆ ರೂಪದ ಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹರದಲ್ಲಿ 2 ಮತ್ತು 5 ಮಾತ್ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಕಗಳಿದ್ದರೆ ದಶಮಾಂಶ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ; ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಆವರ್ತಿಸುತ್ತದೆ.

General expression / important formula

> Reduced p/q terminates $\Leftrightarrow q = 2^m 5^n$ for integers $m, n \geq 0$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Currency calculations and exact recurring representations.
ಹಣಕಾಸಿನ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಗೂ ಆವರ್ತ ದಶಮಾಂಶ ಗುರುತಿಸುವಿಕೆ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.
ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.
ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Decimal Expansions and Rationality: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Does 7/40 terminate?
7/40 ದಶಮಾಂಶ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆಯೇ?

Solution: $40=2^3\times5$, so $7/40=0.175$ terminates.
ಪರಿಹಾರ: $40=2^3\times5$; 0.175 ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Convert 0.272727… to fraction.
0.272727… ಅನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗೆ.

Solution: Let $x=0.2727\ldots$; $100x-x=27$, so $x=27/99=3/11$.
ಪರಿಹಾರ: $100x-x=27$; $x=3/11$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Classify 13/30 expansion.
13/30 ದಶಮಾಂಶ ಯಾವ ವಿಧ?

Solution: $30=2\times3\times5$ contains 3; decimal nonterminating repeating.
ಪರಿಹಾರ: ಹರದಲ್ಲಿ 3 ಇದೆ; ಅನಂತ ಆವರ್ತ ದಶಮಾಂಶ.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 06

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Does 3/8 terminate?
> **3/8 ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆಯೇ?**

> Q2. Write 0.125 as fraction.
> **0.125 ಅನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ.**

> Q3. Is 2/7 repeating?
> **2/7 ಆವರ್ತವೇ?**

> Q4. Does 11/50 terminate?
> **11/50 ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆಯೇ?**

> Q5. 0.333... equals?
> **0.333... ಎಷ್ಟು?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	Yes
2	1/8
3	Yes
4	Yes
5	1/3

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Irrational Numbers and Proofs

ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಪುರಾವೆಗಳು

An irrational real number cannot be written as p/q with integer p and nonzero q. Its decimal is infinite and nonrepeating.

ಅಪರಿಮೇಯ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು p/q ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ; ಅದರ ದಶಮಾಂಶ ಅನಂತ ಮತ್ತು ಆವರ್ತವಲ್ಲ.

General expression / important formula

> $R \setminus Q = \{x \in R : x \notin Q\}$; $\sqrt{n}$ irrational for positive integer n that is not a perfect square.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Diagonal lengths and exact geometry.

ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಗಳು ಮತ್ತು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ನಿಖರ ಮೌಲ್ಯಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Irrational Numbers and Proofs: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Is √49 rational?
√49 ಪರಿಮೇಯವೇ?

Solution: √49=7; yes, integer and rational.

ಪರಿಹಾರ: √49=7; ಪರಿಮೇಯ.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Explain √2 irrational.
√2 ಅಪರಿಮೇಯವೆಂದು ವಿವರಿಸಿ.

Solution: Assume $\sqrt{2}=p/q$ in lowest terms. $p^2=2q^2$ means p even; then q even, contradiction.

ಪರಿಹಾರ: ಕಡಿಮೆ ರೂಪ p/q ಎಂದರೆ p ಹಾಗೂ q ಎರಡೂ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗುತ್ತವೆ; ವಿರೋಧಾಭಾಸ.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Is $2+\sqrt{3}$ irrational?
2+√3 ಅಪರಿಮೇಯವೇ?

Solution: Yes: if $2+\sqrt{3}$ rational, subtracting 2 makes √3 rational, contradiction.

ಪರಿಹಾರ: 2 ಕಳೆಯುವಾಗ √3 ಪರಿಮೇಯವಾಗಬೇಕು; ಅದು ಅಸಾಧ್ಯ.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 07

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Is π irrational?
> **π ಅಪರಿಮೇಯವೇ?**

> Q2. Is √25 irrational?
> **√25 ಅಪರಿಮೇಯವೇ?**

> Q3. Is √7 irrational?
> **√7 ಅಪರಿಮೇಯವೇ?**

> Q4. Is 5√2 irrational?
> **5√2 ಅಪರಿಮೇಯವೇ?**

> Q5. Is 0.1010010001… irrational?
> **0.1010010001… ಅಪರಿಮೇಯವೇ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	Yes
2	No
3	Yes
4	Yes
5	Yes, nonperiodic

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Real Numbers, Density and Intervals

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಸಾಂದ್ರತೆ ಮತ್ತು ಅಂತರಾಲಗಳು

Real numbers comprise rationals and irrationals. Between any two distinct reals lies another real, and infinitely many rationals.

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಮೇಯ ಮತ್ತು ಅಪರಿಮೇಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸೇರಿವೆ. ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವೆ ಅನೇಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ.

General expression / important formula

> $R=Q \cup (R \setminus Q)$; $(a,b)=\{x \in R : a<x<b\}$; $[a,b]=\{x \in R : a \le x \le b\}$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Domains, measurements and inequalities.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳು, ಅಳತೆಗಳು ಹಾಗೂ ಅಸಮೀಕರಣಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Real Numbers, Density and Intervals: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Write $x>2$ and $x\le 5$ as interval.

$x>2$ ಮತ್ತು $x\le 5$ ಅನ್ನು ಅಂತರಾಲವಾಗಿ.

Solution: $(2,5]$; 2 excluded and 5 included.

ಪರಿಹಾರ: $(2,5]$; 2 ಹೊರತು, 5 ಸೇರಿದೆ.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Find real between $\sqrt{2}$ and $\sqrt{3}$.

$\sqrt{2}$ ಮತ್ತು $\sqrt{3}$ ಮಧ್ಯೆ ಸಂಖ್ಯೆ.

Solution: $(\sqrt{2}+\sqrt{3})/2$ lies strictly between them.

ಪರಿಹಾರ: ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಬರುತ್ತದೆ.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Solve $-1\le 2x+1<7$.

$-1\le 2x+1<7$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

Solution: Subtract 1: $-2\le 2x<6$; divide 2: $-1\le x<3$, interval $[-1,3)$.

ಪರಿಹಾರ: 1 ಕಡಿದು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ $[-1,3)$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 08

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Interval $x \geq 4$?
> **$x \geq 4$ ಅಂತರಾಲ?**

> Q2. Is $-\infty$ a real endpoint?
> **$-\infty$ ವಾಸ್ತವ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುವೇ?**

> Q3. Intersection $[1,4] \cap [3,6]$?
> **$[1,4] \cap [3,6]$?**

> Q4. Find midpoint of 2,8.
> **2,8 ಮಧ್ಯಬಿಂದು.**

> Q5. Solve $x < -2$ as interval.
> **$x < -2$ ಅಂತರಾಲ.**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	$[4,\infty)$
2	No
3	$[3,4]$
4	5
5	$(-\infty,-2)$

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Absolute Value and Distance

ಪರಮ ಮೌಲ್ಯ ಮತ್ತು ಅಂತರ

Absolute value measures distance from zero; |x−a| is the distance between x and a on the number line.

ಪರಮ ಮೌಲ್ಯವು ಶೂನ್ಯದಿಂದ ಇರುವ ಅಂತರ; |x−a| ಎಂಬುದು x ಮತ್ತು a ಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ.

General expression / important formula

> |x|=x if x≥0, otherwise −x; |x−a|<r ⇔ a−r<x<a+r (r>0).

Application • **ಅನ್ವಯ**

Tolerance ranges, errors and distance comparisons.

ಸಹಿಷ್ಣುತೆ ಮಿತಿಗಳು, ದೋಷಗಳು ಮತ್ತು ಅಂತರ ಹೋಲಿಕೆ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Absolute Value and Distance: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Evaluate $|-8|+|3-9|$.
$|-8|+|3-9|$ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

Solution: $8+|-6|=8+6=14$.

ಪರಿಹಾರ: $8+6=14$.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Solve $|x-3|<2$.
$|x-3|<2$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

Solution: $-2<x-3<2$, hence $1<x<5$.

ಪರಿಹಾರ: $-2<x-3<2$; $1<x<5$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Solve $|2x+1|=7$.
$|2x+1|=7$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

Solution: $2x+1=7$ gives $x=3$; $2x+1=-7$ gives $x=-4$.

ಪರಿಹಾರ: ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳು: $x=3,-4$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 09

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. $|-11|$?
> **$|-11|$?**

> Q2. $|5-12|$?
> **$|5-12|$?**

> Q3. Solve $|x|=6$.
> **$|x|=6$ ಪರಿಹರಿಸಿ.**

> Q4. Distance between -4 and 5?
> **-4 ಮತ್ತು 5 ನಡುವಿನ ದೂರ?**

> Q5. Solve $|x-1|\le 2$.
> **$|x-1|\le 2$.**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	11
2	7
3	$x=\pm 6$
4	9
5	$[-1,3]$

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Indices and Laws of Exponents

ಘಾತಗಳು ಮತ್ತು ಘಾತಾಂಕಗಳ ನಿಯಮಗಳು

Exponents express repeated multiplication. For nonzero bases, negative powers mean reciprocals; fractional powers relate to roots.

ಘಾತಾಂಕವು ಮರುಗುಣಾಕಾರ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. ಋಣ ಘಾತಗಳು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ ಘಾತಗಳು ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ.

General expression / important formula

> $a^m a^n = a^{m+n}$; $a^m / a^n = a^{m-n}$ $(a \neq 0)$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Scientific notation and growth models.

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ರೂಪ ಮತ್ತು ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮಾದರಿಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Indices and Laws of Exponents: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Simplify $2^3 \times 2^5$.
$2^3 \times 2^5$ ಸರಳಗೊಳಿಸಿ.

Solution: $2^8 = 256$.

ಪರಿಹಾರ: $2^8 = 256$.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Compute $16^{3/4}$.
$16^{3/4}$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Solution: $(16^{1/4})^3 = 2^3 = 8$.

ಪರಿಹಾರ: ನಾಲ್ಕನೇ ಮೂಲ 2; $2^3 = 8$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Evaluate 5^{-2}.
5^{-2} ಮೌಲ್ಯ.

Solution: $1/5^2 = 1/25$.

ಪರಿಹಾರ: $1/25$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 10

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. $3^2 \times 3^3$?
> **$3^2 \times 3^3$?**

> Q2. 10^0?
> **10^0?**

> Q3. 2^{-3}?
> **2^{-3}?**

> Q4. $81^{1/2}$?
> **$81^{1/2}$?**

> Q5. $(x^2)^3$?
> **$(x^2)^3$?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	243
2	1
3	1/8
4	9
5	x^6

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Surds and Rationalisation

ಕರಣಿಗಳು ಮತ್ತು ಹರದ ಪರಿಮೇಯೀಕರಣ

A surd is an irrational radical expression, such as √2. Rationalisation removes a radical from a denominator by a suitable factor or conjugate.
ಕರಣಿಯು √2 ನಂತಹ ಅಪರಿಮೇಯ ಮೂಲರೂಪ. ಹರದಿಂದ ಕರಣಿಯನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕಲು ಸೂಕ್ತ ಗುಣಕ ಅಥವಾ ಸಂಯುಗ್ಮವನ್ನು ಬಳಸಿ.

General expression / important formula

> $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{(ab)}$ for $a,b\geq 0$; $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})=a^2-b$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Exact lengths and algebraic simplification.
ನಿಖರ ಉದ್ದಗಳು ಮತ್ತು ಬೀಜಗಣಿತ ಸರಳೀಕರಣ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.
ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.
ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Surds and Rationalisation: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Simplify √72.
√72 ಸರಳಗೊಳಿಸಿ.

Solution: √(36×2)=6√2.

ಪರಿಹಾರ: 6√2.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Rationalise 3/√5.
3/√5 ಪರಿಮೇಯೀಕರಿಸಿ.

Solution: Multiply √5/√5: 3√5/5.

ಪರಿಹಾರ: √5/√5 ಗುಣಿಸಿ 3√5/5.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Rationalise 1/(2+√3).
1/(2+√3) ಪರಿಮೇಯೀಕರಿಸಿ.

Solution: Multiply by 2−√3; denominator 4−3=1; result 2−√3.

ಪರಿಹಾರ: ಸಂಯುಗ್ಮದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 2−√3.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 11

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. √50 simplest?
> **√50 ಸರಳ ರೂಪ?**

> Q2. √3×√12?
> **√3×√12?**

> Q3. 1/√2 rationalised?
> **1/√2 ಪರಿಮೇಯ ರೂಪ?**

> Q4. √18+√8?
> **√18+√8?**

> Q5. Conjugate of 3+√2?
> **3+√2 ರ ಸಂಯುಗ್ಮ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	5√2
2	6
3	√2/2
4	5√2
5	3−√2

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Logarithms and Change of Base

ಲಾಗರಿಥಮ್ ಮತ್ತು ಆಧಾರ ಬದಲಾವಣೆ

A logarithm is the inverse of exponentiation: log_b a is the exponent producing a from base b.

ಲಾಗರಿಥಮ್ ಘಾತದ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಕ್ರಿಯೆ; b ಆಧಾರದ ಘಾತದಿಂದ a ಬರಲು ಬೇಕಾಗುವ ಘಾತವೇ log_b a.

General expression / important formula

> log_b(xy)=log_b x+log_b y; log_b(x/y)=log_b x−log_b y; log_b x=ln x/ln b (b>0,b≠1,x>0).

Application • **ಅನ್ವಯ**

pH, information scales and exponential growth.

pH, ಮಾಹಿತಿ ಮಾಪಕ ಮತ್ತು ಘಾತೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Logarithms and Change of Base: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Calculate $\log_2 32$.

$\log_2 32$ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

Solution: $2^5=32$, so $\log_2 32=5$.

ಪರಿಹಾರ: $2^5=32$; ಉತ್ತರ 5.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Simplify $\log_{10} 100+\log_{10} 10$.

$\log_{10} 100+\log_{10} 10$.

Solution: $2+1=3$.

ಪರಿಹಾರ: $2+1=3$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Solve $\log_3 x=4$.

$\log_3 x=4$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

Solution: $x=3^4=81$ (valid $x>0$).

ಪರಿಹಾರ: $x=81$ ಮತ್ತು $x>0$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 12

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. $\log_2 8$?
> **$\log_2 8$?**

> Q2. $\log_{10} 1$?
> **$\log_{10} 1$?**

> Q3. $\log_5 25$?
> **$\log_5 25$?**

> Q4. If $\log_2 x = -1$, x?
> **$\log_2 x = -1$ ಆಗ x?**

> Q5. $\log_3 (9 \times 3)$?
> **$\log_3 (9 \times 3)$?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	3
2	0
3	2
4	1/2
5	3

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Percentage, Ratio and Proportion

ಶೇಕಡಾವಾರು, ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣ

Percent means per hundred; a ratio compares quantities of the same kind; equal ratios form a proportion.

ಶೇಕಡಾವಾರು ಎಂದರೆ ನೂರಕ್ಕೆ; ಅನುಪಾತವು ಸಮಜಾತೀಯ ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುತ್ತದೆ; ಸಮಾನುಪಾತವು ಎರಡು ಸಮ ಅನುಪಾತಗಳ ಸಮತೆ.

General expression / important formula

> p% = p/100; a:b=c:d ⇔ ad=bc (b,d≠0); new value=old×(1±p/100).

Application • **ಅನ್ವಯ**

Marks, discounts, mixture and statistics.

ಅಂಕಗಳು, ರಿಯಾಯಿತಿಗಳು, ಮಿಶ್ರಣಗಳು ಮತ್ತು ಅಂಕಿಅಂಶಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Percentage, Ratio and Proportion: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Find 18% of 250.

250 ರ 18% ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Solution: (18/100)×250=45.

ಪರಿಹಾರ: 45.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Increase ₹800 by 15%.

₹800 ಅನ್ನು 15% ಹೆಚ್ಚಿಸಿ.

Solution: 800×1.15=₹920.

ಪರಿಹಾರ: 800×1.15=₹920.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Divide 84 in ratio 3:4.

84 ಅನ್ನು 3:4 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಿ.

Solution: Total parts 7; shares 84×3/7=36 and 84×4/7=48.

ಪರಿಹಾರ: ಭಾಗಗಳು 7; ಉತ್ತರ 36 ಮತ್ತು 48.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 13

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. 25% of 160?
> **160 ರ 25%?**

> Q2. 40:60 simplified?
> **40:60 ಸರಳ ರೂಪ?**

> Q3. 10% decrease on 500?
> **500 ನಲ್ಲಿ 10% ಇಳಿಕೆ?**

> Q4. If 2:5=x:20, x?
> **2:5=x:20 ಆಗ x?**

> Q5. 50 is what % of 200?
> **200 ರಲ್ಲಿ 50 ಎಷ್ಟು %?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	40
2	2:3
3	450
4	8
5	25%

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Sequences: AP and GP

ಶ್ರೇಣಿಗಳು: ಸಮಾಂತರ ಮತ್ತು ಗುಣೋತ್ತರ

An arithmetic progression has constant difference; a geometric progression has constant nonzero ratio between consecutive terms.

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಸ್ಥಿರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ; ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮ ಪದಗಳ ಅನುಪಾತ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

General expression / important formula

> AP: $a_n=a+(n-1)d$, $S_n=n[2a+(n-1)d]/2$; GP: $a_n=ar^{n-1}$, $S_n=a(r^n-1)/(r-1)$, $r\neq1$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Savings plans, repeated growth and patterns.

ಉಳಿತಾಯ ಯೋಜನೆಗಳು, ಮರುಮರು ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮತ್ತು ಮಾದರಿಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Sequences: AP and GP: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

10th term of AP 3,7,11,...

3,7,11,... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 10ನೇ ಪದ.

Solution: $a=3, d=4$; $a_{10}=3+9\times4=39$.

ಪರಿಹಾರ: $a_{10}=39$.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Sum first 20 natural numbers.

ಮೊದಲ 20 ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ.

Solution: $20\times21/2=210$.

ಪರಿಹಾರ: 210.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

5th term of GP 2,6,18,...

2,6,18,... ಗುಣೋತ್ತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 5ನೇ ಪದ.

Solution: $a=2, r=3$; $a_5=2\times3^4=162$.

ಪರಿಹಾರ: $a_5=162$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 14

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. AP 4,9,... common difference?
> **4,9,... ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ?**

> Q2. AP 2,4,6: 10th term?
> **2,4,6: 10ನೇ ಪದ?**

> Q3. GP 3,6,12 ratio?
> **3,6,12 ಅನುಪಾತ?**

> Q4. Sum 1+2+...+10?
> **1+2+...+10 ಮೊತ್ತ?**

> Q5. GP 1,2,4,8: 5th term?
> **1,2,4,8: 5ನೇ ಪದ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	5
2	20
3	2
4	55
5	16

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Complex Numbers: Cartesian Form

ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: ಕಾರ್ಟೀಸಿಯನ್ ರೂಪ

A complex number $z=a+bi$ has real part a and imaginary part b where $i^2=-1$. Reals form the subset with $b=0$.

ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ $z=a+bi$; ಇಲ್ಲಿ a ವಾಸ್ತವ ಭಾಗ ಮತ್ತು b ಕಲ್ಪಿತ ಭಾಗ; $i^2=-1$. $b=0$ ಆಗ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆ.

General expression / important formula

> $C=\{a+bi : a,b\in R\}$; $i^2=-1$; $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$.

Application • ಅನ್ವಯ

Alternating-current circuits and equation solutions.

ಪರ್ಯಾಯ ವಿದ್ಯುತ್ ವಲಯಗಳು ಮತ್ತು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರ.

Key observations • ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Complex Numbers: Cartesian Form: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Add $(3+2i)+(4-5i)$.

$(3+2i)+(4-5i)$ ಸೇರಿಸಿ.

Solution: Real $3+4=7$; imaginary $2-5=-3$; $7-3i$.

ಪರಿಹಾರ: ವಾಸ್ತವ 7, ಕಲ್ಪಿತ −3; $7-3i$.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Multiply $(2+i)(3-i)$.

$(2+i)(3-i)$ ಗುಣಿಸಿ.

Solution: $6-2i+3i-i^2=7+i$.

ಪರಿಹಾರ: $i^2=-1$; ಉತ್ತರ $7+i$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Simplify i^{11}.

i^{11} ಸರಳಗೊಳಿಸಿ.

Solution: Powers cycle every 4; $11 \bmod 4 = 3$, so $i^{11}=i^3=-i$.

ಪರಿಹಾರ: 4ರ ಚಕ್ರ; $i^{11}=-i$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 15

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. i^2?
> **i^2?**

> Q2. i^4?
> **i^4?**

> Q3. Re(5−2i)?
> **5−2i ಯ ವಾಸ್ತವ ಭಾಗ?**

> Q4. Im(5−2i)?
> **5−2i ಯ ಕಲ್ಪಿತ ಭಾಗ?**

> Q5. (1+i)+(2+3i)?
> **(1+i)+(2+3i)?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	−1
2	1
3	5
4	−2
5	3+4i

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Conjugate, Modulus and Argand Plane

ಸಂಯುಗ್ಮ, ಪರಿಮಾಣ ಮತ್ತು ಆರ್ಗಾಂಡ್ ಸಮತಲ

The conjugate reflects a complex number across the real axis; the modulus is its distance from the origin in the Argand plane.

ಸಂಯುಗ್ಮವು ವಾಸ್ತವ ಅಕ್ಷದ ಪ್ರತಿಬಿಂಬ; ಪರಿಮಾಣವು ಆರ್ಗಾಂಡ್ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇರುವ ದೂರ.

General expression / important formula

> For $z=a+bi$: $\bar{z}=a-bi$; $|z|=\sqrt{(a^2+b^2)}$; $z\,\bar{z}=|z|^2$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Rotations, vectors, impedance.

ಭ್ರಮಣೆಗಳು, ಸದಿಶಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿರೋಧ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Conjugate, Modulus and Argand Plane: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Conjugate of 4−7i.

4−7i ಯ ಸಂಯುಗ್ಮ.

Solution: Change sign of imaginary component: 4+7i.

ಪರಿಹಾರ: ಕಲ್ಪಿತ ಭಾಗದ ಚಿಹ್ನೆ ಬದಲಿಸಿ 4+7i.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Modulus of 3+4i.

3+4i ಯ ಪರಿಮಾಣ.

Solution: $\sqrt{(3^2+4^2)}=\sqrt{25}=5$.

ಪರಿಹಾರ: $\sqrt{25}=5$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Find (1+2i)(1−2i).

(1+2i)(1−2i) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Solution: Use conjugates: $1^2+2^2=5$.

ಪರಿಹಾರ: ಸಂಯುಗ್ಮ ಗುಣಲಬ್ಧ 5.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 16

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. |5+12i|?
> **|5+12i|?**

> Q2. Conjugate of −3+i?
> **−3+i ರ ಸಂಯುಗ್ಮ?**

> Q3. |−i|?
> **|−i|?**

> Q4. z z̄ for 2+3i?
> **2+3i ಗೆ z z̄?**

> Q5. Argand coordinates of 2−i?
> **2−i ಆರ್ಗಾಂಡ್ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	13
2	−3−i
3	1
4	13
5	(2,−1)

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Polar Form and de Moivre (Extension)

ಧ್ರುವ ರೂಪ ಮತ್ತು ಡಿ ಮೋವ್ರ್ (ವಿಸ್ತರಣೆ)

A nonzero complex number can be represented by radius r and angle θ. De Moivre’s formula computes integer powers in polar form.

ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು r ಪರಿಮಾಣ ಮತ್ತು θ ಕೋನದಿಂದ ತೋರಿಸಬಹುದು; ಡಿ ಮೋವ್ರ್ ಸೂತ್ರದಿಂದ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಘಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

General expression / important formula

> $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$; $z^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$, $n\in Z$, $z\neq0$ for $n<0$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

AC phase calculations; enrichment beyond core teacher-exam arithmetic.

ಎಸಿ ಹಂತ ಲೆಕ್ಕಗಳು; ಶಿಕ್ಷಕರ ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಭೂತ ಮಟ್ಟಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಷಯ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Polar Form and de Moivre (Extension): Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Polar form of $1+i$.

$1+i$ ಧ್ರುವ ರೂಪ.

Solution: $r=\sqrt{2}$, $\theta=\pi/4$; $\sqrt{2}(\cos \pi/4+i \sin \pi/4)$.

ಪರಿಹಾರ: $r=\sqrt{2}$, $\theta=\pi/4$.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Compute $(\cos \pi/3+i \sin \pi/3)^3$.

$(\cos \pi/3+i \sin \pi/3)^3$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Solution: $\cos\pi+i \sin\pi=-1$.

ಪರಿಹಾರ: $\cos\pi=-1$, $\sin\pi=0$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Find modulus of $(2+2i)^2$.

$(2+2i)^2$ ನ ಪರಿಮಾಣ.

Solution: $|z^2|=|z|^2=(\sqrt{8})^2=8$.

ಪರಿಹಾರ: $|z^2|=|z|^2=8$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 17

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Modulus of 1+i?
> **1+i ರ ಪರಿಮಾಣ?**

> Q2. Angle of positive real 2?
> **ಧನ ವಾಸ್ತವ 2 ರ ಕೋನ?**

> Q3. $|z^2|$ in terms of $|z|$?
> **$|z^2|$ ಮತ್ತು $|z|$ ಸಂಬಂಧ?**

> Q4. $\cos\pi+i\sin\pi$?
> **$\cos\pi+i\sin\pi$?**

> Q5. Polar r for $-3+4i$?
> **$-3+4i$ ನ r?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	$\sqrt{2}$
2	0
3	$\|z\|^2$
4	-1
5	5

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Quadratic Equations and Discriminant

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭೇದಕ

A quadratic equation $ax^2+bx+c=0$ with $a\neq0$ has two roots over C, counted with multiplicity. Discriminant determines the nature of real roots.

$a\neq0$ ಇರುವ $ax^2+bx+c=0$ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗೆ ಎರಡು ಮೂಲಗಳು (ಪುನರಾವರ್ತನೆಯೊಂದಿಗೆ) ಇರುತ್ತವೆ. ವಿಭೇದಕವು ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವರೂಪ ನಿರ್ಧರಿಸುತ್ತದೆ.

General expression / important formula

> $D=b^2-4ac$; $x=(-b\pm\sqrt{D})/(2a)$; sum roots$=-b/a$; product$=c/a$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Projectile modelling, geometry and optimisation.

ಪ್ರಕ್ಷೇಪ ಚಲನೆ, ಜ್ಯಾಮಿತಿ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠ-ಕನಿಷ್ಠ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Quadratic Equations and Discriminant: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Solve $x^2-5x+6=0$.

$x^2-5x+6=0$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

Solution: Factor $(x-2)(x-3)=0$; roots 2,3.

ಪರಿಹಾರ: ಮೂಲಗಳು 2 ಮತ್ತು 3.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Solve $x^2+4x+5=0$.

$x^2+4x+5=0$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

Solution: $D=16-20=-4$; $x=(-4\pm 2i)/2=-2\pm i$.

ಪರಿಹಾರ: $D=-4$; ಮೂಲಗಳು $-2\pm i$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Nature of roots of $2x^2-4x+2=0$.

$2x^2-4x+2=0$ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವರೂಪ.

Solution: $D=16-16=0$; equal real root $x=1$.

ಪರಿಹಾರ: $D=0$; ಸಮ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲ 1.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 18

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. D for $x^2-4=0$?
> **$x^2-4=0$ ಗೆ D?**

> Q2. Sum roots of x^2+3x+2?
> **x^2+3x+2 ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ?**

> Q3. Product roots of $2x^2-3x+5$?
> **$2x^2-3x+5$ ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ?**

> Q4. Solve $x^2=9$.
> **$x^2=9$ ಪರಿಹರಿಸಿ.**

> Q5. $D<0$ gives what real roots?
> **$D<0$ ಆಗ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳು?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	16
2	−3
3	5/2
4	±3
5	None

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Inequalities and Sign Charts

ಅಸಮೀಕರಣಗಳು ಮತ್ತು ಚಿಹ್ನೆ ಪಟ್ಟಿಗಳು

Inequalities describe solution regions; multiplying or dividing by a negative number reverses the comparison sign.
ಅಸಮೀಕರಣವು ಪರಿಹಾರ ವಲಯ ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ; ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಅಥವಾ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಅಸಮತೆ ಚಿಹ್ನೆ ತಿರುಗುತ್ತದೆ.

General expression / important formula

> $a<b \Rightarrow -a>-b$; $(x-a)(x-b)>0$ for $a<b \Leftrightarrow x<a$ or $x>b$.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Feasible intervals and optimisation constraints.
ಸಾಧ್ಯ ಅಂತರಾಲಗಳು ಮತ್ತು ನಿಯಂತ್ರಣಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.
ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.
ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Inequalities and Sign Charts: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Solve $-2x>6$.

$-2x>6$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

Solution: Divide by -2 and reverse: $x<-3$.

ಪರಿಹಾರ: -2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಚಿಹ್ನೆ ತಿರುಗುತ್ತದೆ: $x<-3$.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Solve $(x-2)(x-5)>0$.

$(x-2)(x-5)>0$.

Solution: Zeros 2,5; positive outside: $x<2$ or $x>5$.

ಪರಿಹಾರ: ಮೂಲಗಳು 2,5; ಹೊರಗಿನ ಅಂತರಾಲಗಳು.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Solve $1\le 3x-2\le 7$.

$1\le 3x-2\le 7$.

Solution: Add 2 and divide 3: $1\le x\le 3$.

ಪರಿಹಾರ: 2 ಸೇರಿಸಿ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ $[1,3]$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 19

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Solve $-x<4$.
> **$-x<4$ ಪರಿಹರಿಸಿ.**

> Q2. Solve $2x+1\geq 7$.
> **$2x+1\geq 7$ ಪರಿಹರಿಸಿ.**

> Q3. Solve $x^2-1<0$.
> **$x^2-1<0$ ಪರಿಹರಿಸಿ.**

> Q4. Does $x=0$ satisfy $x^2-4<0$?
> **$x=0$, $x^2-4<0$ ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುತ್ತದೆಯೇ?**

> Q5. Interval $x\leq 2$?
> **$x\leq 2$ ಅಂತರಾಲ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	$x>-4$
2	$x\geq 3$
3	$-1<x<1$
4	Yes
5	$(-\infty,2]$

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Real Functions and Domain (PU Bridge)

ವಾಸ್ತವ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ (ಪಿಯು ಸೇತುವೆ)

A real-valued function assigns each input in its domain exactly one real output. Square-root inputs must be nonnegative and denominator values nonzero.
ವಾಸ್ತವ ಮೌಲ್ಯದ ಫಲಿತಾಂಶವು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ನಿಖರ ಒಂದು ಮೌಲ್ಯ ನೀಡುತ್ತದೆ. ವರ್ಗಮೂಲದೊಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಋಣವಾಗಿರಬಾರದು; ಹರ ಶೂನ್ಯವಾಗಬಾರದು.

General expression / important formula

> Domain(√g(x)): g(x)≥0; Domain(1/g(x)): g(x)≠0; Range(f)={f(x):x∈Domain}.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Continuity, calculus and modelling at 2nd PU level.
2ನೇ ಪಿಯು ಕಲನಶಾಸ್ತ್ರ, ಸಾತತ್ಯ ಮತ್ತು ಮಾದರೀಕರಣ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.
ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.
ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Real Functions and Domain (PU Bridge): Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Domain of $\sqrt{(x-4)}$.

$\sqrt{(x-4)}$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ.

Solution: $x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$, so $[4, \infty)$.

ಪರಿಹಾರ: $x \geq 4$.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Domain of $1/(x^2-9)$.

$1/(x^2-9)$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ.

Solution: Denominator $\neq 0$; $x \neq -3, 3$.

ಪರಿಹಾರ: ಹರ ಶೂನ್ಯವಾಗಬಾರದು; $x \neq \pm 3$.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Range of $f(x)=x^2$ over R.

R ಮೇಲೆ $f(x)=x^2$ ವ್ಯಾಪ್ತಿ.

Solution: Squares are ≥ 0; 0 achieved at $x=0$; range $[0, \infty)$.

ಪರಿಹಾರ: ವರ್ಗಗಳು ಋಣವಲ್ಲ; ವ್ಯಾಪ್ತಿ $[0, \infty)$.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 20

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Domain of $\sqrt{(x+1)}$?
> **$\sqrt{(x+1)}$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ?**

> Q2. Domain of $1/x$?
> **$1/x$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ?**

> Q3. Range of x^2+2 over R?
> **x^2+2 ವ್ಯಾಪ್ತಿ?**

> Q4. Is $f(x)=1/(x-1)$ defined at 1?
> **$x=1$ ನಲ್ಲಿ $1/(x-1)$ ನಿರ್ವಚಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿದೆಯೇ?**

> Q5. Domain of $\sqrt{(9-x^2)}$?
> **$\sqrt{(9-x^2)}$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	$[-1,\infty)$
2	$R\backslash\{0\}$
3	$[2,\infty)$
4	No
5	$[-3,3]$

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Remainder Patterns and Modular Arithmetic

ಶೇಷ ಮಾದರಿಗಳು ಮತ್ತು ಮಾಡ್ಯುಲರ್ ಅಂಕಗಣಿತ

Two integers are congruent modulo n when they leave the same remainder upon division by positive integer n.

ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ n ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಒಂದೇ ಶೇಷ ಬಂದರೆ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು n ಮಾಡ್ಯುಲೋದಲ್ಲಿ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

General expression / important formula

> $a \equiv b \pmod{n} \Leftrightarrow n \mid (a-b)$; $(a+b) \bmod n$ and $(ab) \bmod n$ respect congruence.

Application • **ಅನ್ವಯ**

Calendar days, cyclic patterns and competitive exam reasoning.

ವಾರದ ದಿನಗಳು, ಚಕ್ರ ಮಾದರಿಗಳು ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಧಾತ್ಮಕ ಪರೀಕ್ಷೆಯ ತಾರ್ಕಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.

ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Remainder Patterns and Modular Arithmetic: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Remainder 2^8 divided by 5.
2^8 ಅನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದ ಶೇಷ.

Solution: $2^4=16\equiv1 \bmod 5$; $2^8\equiv1$, remainder 1.
ಪರಿಹಾರ: $2^4\equiv1$; $2^8\equiv1$; ಶೇಷ 1.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Day after 100 days from Monday.
ಸೋಮವಾರದಿಂದ 100 ದಿನಗಳ ನಂತರ ಯಾವ ವಾರ?

Solution: 100 mod 7=2; Wednesday.
ಪರಿಹಾರ: 100÷7 ಶೇಷ 2; ಬುಧವಾರ.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Find last digit of 7^{23}.
7^{23} ರ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿ.

Solution: 7,9,3,1 cycle length 4; 23 mod 4=3 =>3.
ಪರಿಹಾರ: 4ರ ಚಕ್ರ; ಮೂರನೇ ಅಂಕಿ 3.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 21

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. 17 mod 5?
> **17 mod 5?**

> Q2. Last digit of 2^4?
> **2^4 ರ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿ?**

> Q3. Day 14 days after Friday?
> **ಶುಕ್ರವಾರದ 14 ದಿನಗಳ ನಂತರ?**

> Q4. 100 mod 9?
> **100 mod 9?**

> Q5. Is $20 \equiv 2 \pmod 6$?
> **$20 \equiv 2 \pmod 6$ ಸರಿಯೇ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	2
2	6
3	Friday
4	1
5	Yes

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Mathematics Pedagogy: Number Sense

ಗಣಿತ ಬೋಧನಶಾಸ್ತ್ರ: ಸಂಖ್ಯಾ ಅರಿವು

Number sense includes estimation, ordering, flexible representations, and reasoning about operations. A good assessment diagnoses misconceptions rather than only speed.
ಸಂಖ್ಯಾ ಅರಿವು ಎಂದರೆ ಅಂದಾಜು, ಕ್ರಮ, ವಿವಿಧ ಪ್ರತಿನಿಧಾನಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯೆಗಳ ತಾರ್ಕಿಕ ಅರಿವು. ಉತ್ತಮ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವು ತಪ್ಪು ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತದೆ.

General expression / important formula

> Concrete → Pictorial → Abstract (CPA); estimate → calculate → verify; diagnostic → feedback → remediation.

Application • **ಅನ್ವಯ**

CTET/KARTET mathematics pedagogy and GPSTR classroom practice.
CTET/KARTET ಗಣಿತ ಬೋಧನಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು GPSTR ತರಗತಿ ಅಭ್ಯಾಸ.

Key observations • **ಪರೀಕ್ಷಾ ಸೂಚನೆಗಳು**

Identify the exact conditions in the formula before substitution. State whether zero, endpoints or negative values are allowed.
ಸೂತ್ರ ಬಳಸುವ ಮೊದಲು ಅದರ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಶೂನ್ಯ, ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಋಣ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವಿದೆಯೇ ಎಂದು ಗಮನಿಸಿ.

In multiple-choice exams, estimate the expected answer before choosing an option and check with a reverse substitution when possible.
ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಉತ್ತರವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ; ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಪುನಃ ಪ್ರತಿಸ್ಥಾಪಿಸಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

> 3 worked examples → 5 practice questions → fully stated answers

Mathematics Pedagogy: Number Sense: Worked Examples

ಪರಿಹರಿಸಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳು

Example 1 / **ಉದಾಹರಣೆ** 1

Teach why $-2<-1$.
$-2<-1$ ಏಕೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಲಿಸಿ.

Solution: Use a number line: -2 lies left of -1. Ask learners to move one unit right.
ಪರಿಹಾರ: ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ −2 ಎಡಗಡೆ ಇದೆ; ಒಂದು ಘಟಕ ಬಲಕ್ಕೆ ಚಲನೆ ತೋರಿಸಿ.

Example 2 / **ಉದಾಹರಣೆ** 2

Student says $1/8>1/6$ because $8>6$. Diagnose.
$8>6$ ಆದ್ದರಿಂದ $1/8>1/6$ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಹೇಳುತ್ತಾನೆ.

Solution: Use equal-sized fraction strips: 1/8 piece is smaller; discuss equal numerator reasoning.
ಪರಿಹಾರ: ಸಮಾನ ಉದ್ದದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ 1/8 ಚಿಕ್ಕದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

Example 3 / **ಉದಾಹರಣೆ** 3

Explain 0.3 vs 0.27.
0.3 ಮತ್ತು 0.27 ಹೋಲಿಕೆ.

Solution: Write $0.3=0.30$; compare hundredths: $30>27$.
ಪರಿಹಾರ: 0.3=0.30; 30 ಶತಾಂಶಗಳು >27 ಶತಾಂಶಗಳು.

Self-check • **ಸ್ವಯಂ ಪರಿಶೀಲನೆ**

Confirm the domain and operation rules; compare every final result with a quick independent check.
ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ; ಅಂತಿಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಸ್ವತಂತ್ರ ಪರಿಶೀಲನೆ ಮಾಡಿ.

Exercise 22

ಮಧ್ಯಂತರ ಅಭ್ಯಾಸ

Try these before reading the compact answer key. / ಉತ್ತರ ನೋಡುವ ಮೊದಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

> Q1. Best aid for integer ordering?
> **ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಕ್ರಮ ಕಲಿಸಲು ಉತ್ತಮ ಸಾಧನ?**

> Q2. Is memorisation alone number sense?
> **ಕಂಠಪಾಠ ಮಾತ್ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಅರಿವೇ?**

> Q3. Which representation explains 1/2?
> **1/2 ತಿಳಿಸಲು ಯಾವ ಪ್ರತಿನಿಧಾನ?**

> Q4. Why estimate before calculating?
> **ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ಮೊದಲು ಅಂದಾಜು ಏಕೆ?**

> Q5. What does diagnostic test identify?
> **ನಿದಾನಾತ್ಮಕ ಪರೀಕ್ಷೆ ಏನು ಗುರುತಿಸುತ್ತದೆ?**

Answers • **ಉತ್ತರಗಳು**

No.	Answer / **ಉತ್ತರ**
1	Number line
2	No
3	Equal-area models
4	To check reasonableness
5	Misconceptions

Method: Apply the formula from the opening page and verify against the three worked examples. / ಮೊದಲ ಪುಟದ ಸೂತ್ರ ಮತ್ತು ಮೂರು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ವಿಧಾನ ಅನುಸರಿಸಿ.

Formula Revision I • ಸೂತ್ರಗಳ ಪುನರಾವರ್ತನೆ

Concept	Important expression
Natural, Whole and Integer Numbers	$N=\{1,2,3,\ldots\}$; $W=\{0,1,2,\ldots\}$; $Z=\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$; $N \subset W \subset Z$.
Divisibility, Prime and Composite	$a \mid b \Leftrightarrow b=ak$ for some integer k; if $n>1$ prime, factors $=\{1,n\}$.
Fundamental Theorem of Arithmetic	$n=p_1^{a1}p_2^{a2}\ldots p_r^{ar}$, with distinct primes p_i and positive integer a_i.
HCF, LCM and Euclid Algorithm	$a=bq+r$ $(0\le r<b)$; for $a,b>0$: $HCF(a,b)\cdot LCM(a,b)=ab$.
Rational Numbers and Operations	$Q=\{p/q:p,q\in Z,q\neq 0\}$; $a/b+c/d=(ad+bc)/bd$; $(a/b)/(c/d)=ad/bc$ $(c\neq 0)$.
Decimal Expansions and Rationality	Reduced p/q terminates $\Leftrightarrow q=2^m5^n$ for integers $m,n\ge 0$.
Irrational Numbers and Proofs	$R\setminus Q=\{x\in R:x\notin Q\}$; $\sqrt{n}$ irrational for positive integer n that is not a perfect square.
Real Numbers, Density and Intervals	$R=Q\cup(R\setminus Q)$; $(a,b)=\{x\in R:a<x<b\}$; $[a,b]=\{x\in R:a\le x\le b\}$.
Absolute Value and Distance	$\lvert x\rvert=x$ if $x\ge 0$, otherwise $-x$; $\lvert x-a\rvert<r \Leftrightarrow a-r<x<a+r$ $(r>0)$.
Indices and Laws of Exponents	$a^m a^n=a^{m+n}$; $a^m/a^n=a^{m-n}$ $(a\neq 0)$; $(a^m)^n=a^{mn}$; $a^0=1$ $(a\neq 0)$.
Surds and Rationalisation	$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{(ab)}$ for $a,b\ge 0$; $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})=a^2-b$.

Formula Revision II • ಸೂತ್ರಗಳ ಪುನರಾವರ್ತನೆ

Concept	Important expression
Logarithms and Change of Base	$\log_b(xy)=\log_b x+\log_b y$; $\log_b(x/y)=\log_b x-\log_b y$; $\log_b x=\ln x/\ln b$ $(b>0,b\neq1,x>0)$.
Percentage, Ratio and Proportion	$p\% = p/100$; $a:b=c:d \Leftrightarrow ad=bc$ $(b,d\neq0)$; new value=old$\times(1\pm p/100)$.
Sequences: AP and GP	AP: $a_n=a+(n-1)d$, $S_n=n[2a+(n-1)d]/2$; GP: $a_n=ar^{n-1}$, $S_n=a(r^n-1)/(r-1)$, $r\neq1$.
Complex Numbers: Cartesian Form	$C=\{a+bi:a,b\in R\}$; $i^2=-1$; $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$.
Conjugate, Modulus and Argand Plane	For $z=a+bi$: $\bar{z}=a-bi$; $\lvert z\rvert=\sqrt{(a^2+b^2)}$; $z\bar{z}=\lvert z\rvert^2$.
Polar Form and de Moivre (Extension)	$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$; $z^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$, $n\in Z$, $z\neq0$ for $n<0$.
Quadratic Equations and Discriminant	$D=b^2-4ac$; $x=(-b\pm\sqrt{D})/(2a)$; sum roots$=-b/a$; product$=c/a$.
Inequalities and Sign Charts	$a<b \Rightarrow -a>-b$; $(x-a)(x-b)>0$ for $a<b \Leftrightarrow x<a$ or $x>b$.
Real Functions and Domain (PU Bridge)	Domain$(\sqrt{g(x)})$: $g(x)\geq0$; Domain$(1/g(x))$: $g(x)\neq0$; Range$(f)=\{f(x):x\in\text{Domain}\}$.
Remainder Patterns and Modular Arithmetic	$a\equiv b \pmod n \Leftrightarrow n \mid (a-b)$; $(a+b) \bmod n$ and $(ab) \bmod n$ respect congruence.
Mathematics Pedagogy: Number Sense	Concrete → Pictorial → Abstract (CPA); estimate → calculate → verify; diagnostic → feedback → remediation.

Diagnostic revision and frequent errors

Zero is whole and integer; in this book N starts at 1.
ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ N=1 ರಿಂದ ಆರಂಭ; 0 ಪೂರ್ಣ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ.

The number 1 is neither prime nor composite.
1 ಅವಿಭಾಜ್ಯವೂ ಅಲ್ಲ, ಸಂಯುಕ್ತವೂ ಅಲ್ಲ.

When dividing an inequality by a negative number, reverse its sign.
ಅಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಚಿಹ್ನೆ ತಿರುಗಿಸಿ.

A square root symbol $\sqrt{x}$ denotes the principal nonnegative root for $x \geq 0$.
$\sqrt{x}$ ಎಂಬುದು $x \geq 0$ ಗೆ ಋಣವಲ್ಲದ ಪ್ರಧಾನ ವರ್ಗಮೂಲ.

A rational number can have a repeating infinite decimal; not every infinite decimal is irrational.
ಅನಂತ ಆವರ್ತ ದಶಮಾಂಶವೂ ಪರಿಮೇಯವಾಗಿರಬಹುದು; ಎಲ್ಲ ಅನಂತ ದಶಮಾಂಶ ಅಪರಿಮೇಯವಲ್ಲ.

The imaginary unit i satisfies $i^2 = -1$; it does not belong to R.
$i^2 = -1$; i ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ.

MCQs 1–5

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q1. Is 0 natural under N={1,2,...}?
N={1,2,...} ಪ್ರಕಾರ 0 ಸ್ವಾಭಾವಿಕವೇ?

A. No; here it is whole.

B. 0

C. 1

D. None of these

Q2. Evaluate −5−(−9).
−5−(−9) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

A. 5

B. 3

C. 6

D. 4

Q3. Predecessor of −3?
−3 ರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ?

A. -5

B. -2

C. −4

D. -3

Q4. Smallest prime?
ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ?

A. 4

B. 2

C. 3

D. 1

Q5. Factor 143.

143 ರ ಅಪವರ್ತನ.

A. 11×13

B. 0

C. 1

D. −1

MCQs 6–10

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q6. Is 1 prime?
1 ಅವಿಭಾಜ್ಯವೇ?

A. Yes

B. Only sometimes

C. Cannot be decided

D. No

Q7. Prime factorise 84.
84 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ.

A. 1

B. -1

C. $2^2 \times 3 \times 7$

D. 0

Q8. Number of divisors of 20?
20 ರ ಭಾಜಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ?

A. 8

B. 6

C. 7

D. 5

Q9. Is 144 a perfect square?
144 ಪೂರ್ಣವರ್ಗವೇ?

A. Yes, 12^2

B. 0

C. 1

D. None of these

Q10. HCF of 48 and 60?

48,60 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.?

A. 13

B. 11

C. 14

D. 12

MCQs 11–15

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q11. LCM of 15 and 20?
15,20 ರ ಕ.ಸಾ.ಗು.?

A. 59

B. 62

C. 60

D. 61

Q12. HCF of 17 and 29?
17,29 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

Q13. 1/4+1/2?
1/4+1/2?

A. 3/4

B. 0

C. 1

D. None of these

Q14. −2/3×9/4?
−2/3×9/4?

A. 0

B. 1

C. None of these

D. −3/2

Q15. Reciprocal of −5/7?

−5/7 ರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ?

A. 1

B. None of these

C. −7/5

D. 0

MCQs 16–20

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q16. Does 3/8 terminate?
3/8 ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆಯೇ?

A. Cannot be decided

B. Yes

C. No

D. Only sometimes

Q17. Write 0.125 as fraction.
0.125 ಅನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿ.

A. 1/8

B. 0

C. 1

D. None of these

Q18. Is 2/7 repeating?
2/7 ಆವರ್ತವೇ?

A. No

B. Only sometimes

C. Cannot be decided

D. Yes

Q19. Is π irrational?
π ಅಪರಿಮೇಯವೇ?

A. Only sometimes

B. Cannot be decided

C. Yes

D. No

Q20. Is √25 irrational?

√25 ಅಪರಿಮೇಯವೇ?

A. Cannot be decided

B. No

C. Yes

D. Only sometimes

MCQs 21–25

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q21. Interval $x \geq 4$?

$x \geq 4$ ಅಂತರಾಲ?

A. $[4,\infty)$

B. $(-\infty,\infty)$

C. $[0,1]$

D. $\varnothing$

Q22. Is $-\infty$ a real endpoint?

$-\infty$ ವಾಸ್ತವ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುವೇ?

A. Yes

B. Only sometimes

C. Cannot be decided

D. No

Q23. $|-11|$?

$|-11|$?

A. 10

B. 13

C. 11

D. 12

Q24. $|5-12|$?

$|5-12|$?

A. 9

B. 7

C. 8

D. 6

Q25. $3^2 \times 3^3$?

$3^2 \times 3^3$?

A. 243

B. 244

C. 242

D. 245

MCQs 26–30

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q26. 10^0?

10^0?

A. 2

B. 0

C. 3

D. 1

Q27. √50 simplest?

√50 ಸರಳ ರೂಪ?

A. 1

B. None of these

C. $5\sqrt{2}$

D. 0

Q28. √3×√12?

√3×√12?

A. 8

B. 6

C. 7

D. 5

Q29. $\log_2 8$?

$\log_2 8$?

A. 3

B. 4

C. 2

D. 5

Q30. $\log_{10}1$?

$\log_{10}1$?

A. 1

B. -1

C. 2

D. 0

MCQs 31–35

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q31. 25% of 160?
160 ರ 25%?

A. 39

B. 42

C. 40

D. 41

Q32. 40:60 simplified?
40:60 ಸರಳ ರೂಪ?

A. None of these

B. 2:3

C. 0

D. 1

Q33. AP 4,9,... common difference?
4,9,... ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ?

A. 5

B. 6

C. 4

D. 7

Q34. AP 2,4,6: 10th term?
2,4,6: 10ನೇ ಪದ?

A. 21

B. 19

C. 22

D. 20

Q35. i^2?

i^2?

A. -2

B. 1

C. −1

D. 0

MCQs 36–40

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q36. i^4?

i^4?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

Q37. $|5+12i|$?

$|5+12i|$?

A. 13

B. 14

C. 12

D. 15

Q38. Conjugate of $-3+i$?

$-3+i$ ರ ಸಂಯುಗ್ಮ?

A. 0

B. 1

C. -1

D. $-3-i$

Q39. Modulus of $1+i$?

$1+i$ ರ ಪರಿಮಾಣ?

A. 1

B. None of these

C. $\sqrt{2}$

D. 0

Q40. Angle of positive real 2?

ಧನ ವಾಸ್ತವ 2 ರ ಕೋನ?

A. 2

B. 0

C. 1

D. -1

MCQs 41–45

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q41. D for $x^2-4=0$?

$x^2-4=0$ ಗೆ D?

A. 16

B. 17

C. 15

D. 18

Q42. Sum roots of x^2+3x+2?

x^2+3x+2 ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ?

A. -2

B. -4

C. -1

D. -3

Q43. Solve $-x<4$.

$-x<4$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

A. 1

B. None of these

C. $x>-4$

D. 0

Q44. Solve $2x+1\geq 7$.

$2x+1\geq 7$ ಪರಿಹರಿಸಿ.

A. None of these

B. $x\geq 3$

C. 0

D. 1

Q45. Domain of √(x+1)?

√(x+1) ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ?

A. $[-1,\infty)$

B. $(-\infty,\infty)$

C. $[0,1]$

D. $\varnothing$

MCQs 46–50

ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು — ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮತ್ತು ಕನ್ನಡ

Q46. Domain of 1/x?

1/x ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕ್ಷೇತ್ರ?

A. $(-\infty,\infty)$

B. $[0,1]$

C. $\varnothing$

D. $R\backslash\{0\}$

Q47. 17 mod 5?

17 mod 5?

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

Q48. Last digit of 2^4?

2^4 ರ ಕೊನೆಯ ಅಂಕಿ?

A. 8

B. 6

C. 7

D. 5

Q49. Best aid for integer ordering?

ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಕ್ರಮ ಕಲಿಸಲು ಉತ್ತಮ ಸಾಧನ?

A. Number line

B. An unrelated formula

C. Only rote repetition

D. Random guessing

Q50. Is memorisation alone number sense?

ಕಂಠಪಾಠ ಮಾತ್ರ ಸಂಖ್ಯಾ ಅರಿವೇ?

A. Yes

B. Only sometimes

C. Cannot be decided

D. No

MCQ Answer Key 1–25

ಉತ್ತರ ಕೀ ಮತ್ತು ವಿವರಣೆಗಳು

Q	Option	Correct answer	Concept explanation
1	A	No; here it is whole.	Natural, Whole and Integer Numbers: N={1,2,3,...}; W={0,1,2,...}; Z={...,−2,−1,0,1,2,...}; N ⊂ W ⊂ Z.
2	D	4	Natural, Whole and Integer Numbers: N={1,2,3,...}; W={0,1,2,...}; Z={...,−2,−1,0,1,2,...}; N ⊂ W ⊂ Z.
3	C	−4	Natural, Whole and Integer Numbers: N={1,2,3,...}; W={0,1,2,...}; Z={...,−2,−1,0,1,2,...}; N ⊂ W ⊂ Z.
4	B	2	Divisibility, Prime and Composite: a | b ⇔ b=ak for some integer k; if n>1 prime, factors={1,n}.
5	A	11×13	Divisibility, Prime and Composite: a | b ⇔ b=ak for some integer k; if n>1 prime, factors={1,n}.
6	D	No	Divisibility, Prime and Composite: a | b ⇔ b=ak for some integer k; if n>1 prime, factors={1,n}.
7	C	$2^2\times3\times7$	Fundamental Theorem of Arithmetic: $n=p_1^{a1}p_2^{a2}...p_r^{ar}$, with distinct primes p_i and positive integer a_i.
8	B	6	Fundamental Theorem of Arithmetic: $n=p_1^{a1}p_2^{a2}...p_r^{ar}$, with distinct primes p_i and positive integer a_i.
9	A	Yes, 12^2	Fundamental Theorem of Arithmetic: $n=p_1^{a1}p_2^{a2}...p_r^{ar}$, with distinct primes p_i and positive integer a_i.
10	D	12	HCF, LCM and Euclid Algorithm: a=bq+r (0≤r<b); for a,b>0: HCF(a,b)·LCM(a,b)=ab.
11	C	60	HCF, LCM and Euclid Algorithm: a=bq+r (0≤r<b); for a,b>0: HCF(a,b)·LCM(a,b)=ab.
12	B	1	HCF, LCM and Euclid Algorithm: a=bq+r (0≤r<b); for a,b>0: HCF(a,b)·LCM(a,b)=ab.
13	A	3/4	Rational Numbers and Operations: Q={p/q:p,q∈Z,q≠0}; a/b+c/d=(ad+bc)/bd; (a/b)/(c/d)=ad/bc (c≠0).
14	D	−3/2	Rational Numbers and Operations: Q={p/q:p,q∈Z,q≠0}; a/b+c/d=(ad+bc)/bd; (a/b)/(c/d)=ad/bc (c≠0).
15	C	−7/5	Rational Numbers and Operations: Q={p/q:p,q∈Z,q≠0}; a/b+c/d=(ad+bc)/bd; (a/b)/(c/d)=ad/bc (c≠0).

16	B	Yes	Decimal Expansions and Rationality: Reduced p/q terminates ⇔ $q=2^m5^n$ for integers m,n≥0.
17	A	1/8	Decimal Expansions and Rationality: Reduced p/q terminates ⇔ $q=2^m5^n$ for integers m,n≥0.
18	D	Yes	Decimal Expansions and Rationality: Reduced p/q terminates ⇔ $q=2^m5^n$ for integers m,n≥0.
19	C	Yes	Irrational Numbers and Proofs: R\Q={x∈R:x∉Q}; √n irrational for positive integer n that is not a perfect square.
20	B	No	Irrational Numbers and Proofs: R\Q={x∈R:x∉Q}; √n irrational for positive integer n that is not a perfect square.
21	A	[4,∞)	Real Numbers, Density and Intervals: R=Q∪(R\Q); (a,b)={x∈R:a<x<b}; [a,b]={x∈R:a≤x≤b}.
22	D	No	Real Numbers, Density and Intervals: R=Q∪(R\Q); (a,b)={x∈R:a<x<b}; [a,b]={x∈R:a≤x≤b}.
23	C	11	Absolute Value and Distance: |x|=x if x≥0, otherwise −x; |x−a|<r ⇔ a−r<x<a+r (r>0).
24	B	7	Absolute Value and Distance: |x|=x if x≥0, otherwise −x; |x−a|<r ⇔ a−r<x<a+r (r>0).
25	A	243	Indices and Laws of Exponents: $a^m a^n=a^{m+n}$; $a^m/a^n=a^{m-n}$ (a≠0); $(a^m)^n=a^{mn}$; $a^0=1$ (a≠0).

MCQ Answer Key 26–50

ಉತ್ತರ ಕೀ ಮತ್ತು ವಿವರಣೆಗಳು

Q	Option	Correct answer	Concept explanation
26	D	1	Indices and Laws of Exponents: $a^m a^n = a^{m+n}$; $a^m/a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$); $(a^m)^n = a^{mn}$; $a^0 = 1$ ($a \neq 0$).
27	C	$5\sqrt{2}$	Surds and Rationalisation: $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{(ab)}$ for $a,b \geq 0$; $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a^2 - b$.
28	B	6	Surds and Rationalisation: $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{(ab)}$ for $a,b \geq 0$; $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a^2 - b$.
29	A	3	Logarithms and Change of Base: $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$; $\log_b(x/y) = \log_b x - \log_b y$; $\log_b x = \ln x / \ln b$ ($b>0, b \neq 1, x>0$).
30	D	0	Logarithms and Change of Base: $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$; $\log_b(x/y) = \log_b x - \log_b y$; $\log_b x = \ln x / \ln b$ ($b>0, b \neq 1, x>0$).
31	C	40	Percentage, Ratio and Proportion: $p\% = p/100$; $a:b = c:d \Leftrightarrow ad = bc$ ($b,d \neq 0$); new value = old$\times(1 \pm p/100)$.
32	B	2:3	Percentage, Ratio and Proportion: $p\% = p/100$; $a:b = c:d \Leftrightarrow ad = bc$ ($b,d \neq 0$); new value = old$\times(1 \pm p/100)$.
33	A	5	Sequences: AP and GP: AP: $a_n = a + (n-1)d$, $S_n = n[2a + (n-1)d]/2$; GP: $a_n = ar^{n-1}$, $S_n = a(r^n - 1)/(r-1)$, $r \neq 1$.
34	D	20	Sequences: AP and GP: AP: $a_n = a + (n-1)d$, $S_n = n[2a + (n-1)d]/2$; GP: $a_n = ar^{n-1}$, $S_n = a(r^n - 1)/(r-1)$, $r \neq 1$.
35	C	-1	Complex Numbers: Cartesian Form: $C = \{a+bi : a,b \in R\}$; $i^2 = -1$; $(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$.
36	B	1	Complex Numbers: Cartesian Form: $C = \{a+bi : a,b \in R\}$; $i^2 = -1$; $(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$.
37	A	13	Conjugate, Modulus and Argand Plane: For $z = a+bi$: $\bar{z} = a-bi$; $\lvert z \rvert = \sqrt{(a^2+b^2)}$; $z\bar{z} = \lvert z \rvert^2$.
38	D	$-3-i$	Conjugate, Modulus and Argand Plane: For $z = a+bi$: $\bar{z} = a-bi$; $\lvert z \rvert = \sqrt{(a^2+b^2)}$; $z\bar{z} = \lvert z \rvert^2$.
39	C	$\sqrt{2}$	Polar Form and de Moivre (Extension): $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$; $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$, $n \in Z$, $z \neq 0$ for $n<0$.
40	B	0	Polar Form and de Moivre (Extension): $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$; $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$, $n \in Z$, $z \neq 0$ for $n<0$.
41	A	16	Quadratic Equations and Discriminant: $D = b^2 - 4ac$; $x = (-b \pm \sqrt{D})/(2a)$; sum roots $= -b/a$; product $= c/a$.

42	D	−3	Quadratic Equations and Discriminant: D=b²−4ac; x=(−b±√D)/(2a); sum roots=−b/a; product=c/a.
43	C	x>−4	Inequalities and Sign Charts: a<b ⇒ −a>−b; (x−a)(x−b)>0 for a<b ⇔ x<a or x>b.
44	B	x≥3	Inequalities and Sign Charts: a<b ⇒ −a>−b; (x−a)(x−b)>0 for a<b ⇔ x<a or x>b.
45	A	[−1,∞)	Real Functions and Domain (PU Bridge): Domain(√g(x)): g(x)≥0; Domain(1/g(x)): g(x)≠0; Range(f)={f(x):x∈Domain}.
46	D	R\{0}	Real Functions and Domain (PU Bridge): Domain(√g(x)): g(x)≥0; Domain(1/g(x)): g(x)≠0; Range(f)={f(x):x∈Domain}.
47	C	2	Remainder Patterns and Modular Arithmetic: a≡b (mod n) ⇔ n | (a−b); (a+b) mod n and (ab) mod n respect congruence.
48	B	6	Remainder Patterns and Modular Arithmetic: a≡b (mod n) ⇔ n | (a−b); (a+b) mod n and (ab) mod n respect congruence.
49	A	Number line	Mathematics Pedagogy: Number Sense: Concrete → Pictorial → Abstract (CPA); estimate → calculate → verify; diagnostic → feedback → re
50	D	No	Mathematics Pedagogy: Number Sense: Concrete → Pictorial → Abstract (CPA); estimate → calculate → verify; diagnostic → feedback → re

Teacher-oriented application tasks

Task A. Give each pupil a number card (negative integer, fraction, root or complex number). Ask them to place it within the smallest appropriate set. Discuss why some cards cannot be placed on a real number line.

ಕಾರ್ಯ A. ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಕಾರ್ಡ್ ನೀಡಿ. ಅದನ್ನು ತಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಮೂಹಕ್ಕೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸಲು ಹೇಳಿ; ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿಲ್ಲದಿರುವುದನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ.

Task B. Teach 1/3 and 1/4 with same-size paper strips; ask students to predict, model, compare and justify. Assess conceptual reasoning instead of procedural speed alone.

ಕಾರ್ಯ B. ಸಮಾನ ಗಾತ್ರದ ಕಾಗದ ಪಟ್ಟಿಗಳಿಂದ 1/3 ಮತ್ತು 1/4 ಹೋಲಿಸಲು ಹೇಳಿ; ಮುನ್ಸೂಚನೆ, ಮಾದರಿ, ಹೋಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಕಾರಣ ಹೇಳುವಂತೆ ಉತ್ತೇಜಿಸಿ.

Task C. Ask learners to write all reals x for which $\sqrt{(9-x^2)}$ is defined. Use a number line to connect the algebraic condition $-3 \le x \le 3$ to interval notation.

ಕಾರ್ಯ C. $\sqrt{(9-x^2)}$ ನಿರ್ವಚನೆ ಹೊಂದುವ x ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಲು ಹೇಳಿ; $-3 \le x \le 3$ ಮತ್ತು ಅಂತರಾಲ $[-3,3]$ ಸಂಪರ್ಕವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

Suggested assessment

5 marks: classification; 5: computation; 5: explain a method; 5: diagnose and remediate a misconception.

References and scope

Curricular orientation: NCERT Class XI Mathematics: Sets; Relations and Functions; Complex Numbers and Quadratic Equations; Linear Inequalities; Sequences and Series. Karnataka 1st PU mathematics covers closely related chapters. NCERT Class XII: Relations and Functions and further mathematics that relies on real-valued domains.

Official curriculum access: NCERT textbooks at ncert.nic.in; Karnataka Department of Pre-University Education textbook/syllabus portals; CTET and Karnataka TET official syllabi.

Originality: All 66 worked examples, 110 practice questions, 50 MCQs, and bilingual explanatory prose in this module are original educational material, not quotations from NCERT textbook exercises. The topic coverage is syllabus-informed, not an official question-weightage prediction.

Next planned volume: Sets, Relations and Functions; then Algebra and Trigonometry with bilingual worked exercises and MCQ CSV.